

Algoritmo alternativo de búsqueda tabú para la solución del problema de diseño económico estadístico de diagramas de control \bar{X} , $\bar{X} - S$

Santiago Omar Caballero Morales y Felipe Trujillo Romero

Universidad Tecnológica de la Mixteca, UTM, Carretera a Acatlima, Km. 2.5,
Huajuapán de León, Oaxaca, México
{scaballero, ftrujillo}@mixteco.utm.mx

Resumen Los diagramas de control son técnicas importantes de control estadístico de la calidad para la pronta detección de fallas en un proceso de manufactura, y la minimización de costos de producción. Diversas técnicas se han usado para encontrar los parámetros de estos diagramas que mejor cumplan con requerimientos económicos y estadísticos. En este artículo se presenta un algoritmo basado en Búsqueda Tabú (BT) para estimar de mejor manera los parámetros para diagramas de control \bar{X} y $\bar{X} - S$. Probando el algoritmo con diferentes modelos de costos y restricciones estadísticas, BT presentó un mejor desempeño cuando se comparó con otras técnicas de estimación como Algoritmos Genéticos (GA) y Métodos Combinatorios (CB).

Palabras clave: Búsqueda tabú, optimización combinatoria, control estadístico de la calidad.

1. Introducción

Los diagramas de control son herramientas usadas para determinar si un proceso de producción se encuentra o no en un estado de control estadístico (y, por lo tanto, si entidades son producidas dentro de los requerimientos de calidad establecidos, los cuales se determinan mediante “límites de control”). Si el atributo de calidad de entidades muestreadas (p.e., peso, longitud, dimensiones, etc.) no se encuentran dentro de límites de control, entonces el proceso se asume que se encuentra en un estado “fuera de control” (entidades defectuosas están siendo producidas). En este caso es necesario encontrar la causa asignable que originó dicho estado (p.e., una falla).

Un diagrama de control necesita de tres parámetros principales: el tamaño de la muestra (n), el intervalo de muestreo (h), y el coeficiente de los límites de control (k). Estos parámetros son ajustados en base a restricciones económicas y estadísticas. Esto porque hay costos y tiempos asociados a la toma de muestras y a la búsqueda de causas asignables: una alta frecuencia de muestreo extendería el tiempo de ciclo del proceso, y dependiendo de la naturaleza de la entidad, a la pérdida de producto. De igual manera, límites de control muy cerrados

incrementaría la frecuencia de detección de fallas y rechazo de entidades que no necesariamente serían de baja calidad.

El Diseño Económico (DE)[2,6] de diagramas de control (la estimación de n, h , y k) considera los costos (en tiempo y dinero) asociados al muestreo y búsqueda/reparación de causas asignables. Sin embargo, el Diseño Económico Estadístico (DEE) [10,11,14,15] adicionalmente considera los requerimientos estadísticos como las probabilidades de error Tipo I (α , detectar un estado “fuera de control” cuando el proceso está bien) y II (β , no detectar el estado “fuera de control” cuando el proceso no está bien).

El diagrama de control \bar{X} es ampliamente usado para controlar la media del atributo de calidad de entidades siendo producidas. En este caso, dicha característica de calidad es una variable numérica. Sin embargo, la variabilidad es un factor importante en el control de un proceso porque materia prima, la habilidad del trabajador, la calibración de máquinas, etc., incrementan la variabilidad del proceso sin afectar de manera significativa la media del mismo [1]. Para monitorear y mantener control sobre ambas, la media y la variabilidad del proceso, el diagrama de control $\bar{X} - R$ es usado, aunque el diagrama R pierde eficiencia para muestras de tamaño $n > 10$ [2]. En este caso, los diagramas de control $\bar{X} - S$ o $\bar{X} - S^2$ son más apropiados [1,11,14].

Encontrar los valores más apropiados para n , h , y k considerando restricciones económicas y estadísticas no es una tarea fácil. Esto dado el número de variables (mínimo de tres, el cual incrementa para el diagrama $\bar{X} - S$) y la complejidad de las funciones de costos. Por lo tanto, el DE y el DEE de estos diagramas se considera un problema de optimización combinatoria.

De entre los métodos o técnicas usados para encontrar soluciones apropiadas para el DE y DEE, se encuentran Hooke y Jeeves (HJ)[3,6,7], Algoritmos Genéticos (Genetic Algorithms, GA) [4,10], y Métodos Combinatorios (CB) [11]. Búsqueda Tabú (BT) [9] es una metaheurística que ha sido utilizada para encontrar mejores soluciones para problemas combinatorios con restricciones económicas (p.e., planeación de horarios y secuencias de producción) [5,8].

En este artículo un algoritmo BT se propone como alternativa para resolver y mejorar el DE y DEE de diagramas de control \bar{X} y $\bar{X} - S$. Tres casos de estudio se consideraron para validar el desempeño del algoritmo, comparándolo con las técnicas de HJ, GA, y CB. Aunque BT obtuvo un desempeño muy similar con HJ, obtuvo mejoras significativas sobre GA y CB para diferentes funciones de costos y restricciones. Los detalles del algoritmo se presentan en la Sección 2, mientras que los resultados obtenidos para cada caso de estudio se presentan en la Sección 3. En la Sección 4 se presentan las conclusiones y el trabajo a futuro.

2. El algoritmo BT

BT es una metaheurística que puede guiar a un algoritmo heurístico de una búsqueda local a un espacio global para encontrar soluciones más allá de la optimalidad local. Puede evitar ciclos en el proceso de búsqueda mediante la restricción de ciertos “movimientos” que pueden hacer al algoritmo re-visitarse.

espacios de soluciones previamente explorados. Estos movimientos se mantienen escondidos o reservados (se mantienen “Tabú”) en una memoria temporal (Lista Tabú) que puede ser actualizada con nuevos movimientos o vaciada (liberada) con diferentes criterios.

El algoritmo BT propuesto (ver Figura 2) considera los siguientes parámetros:

1. Restricciones Estadísticas de α y β (para el diagrama \bar{X} : $\alpha_{\bar{X}} \leq \alpha$ y $\beta_{\bar{X}} \leq \beta$; para el diagrama S , $\alpha_S \leq \alpha$ y $\beta_S \leq \beta$);
2. Los valores asociados a cada costo, tiempo, y atributo, de la función del modelo de costo Z ;
3. T_L , el número de iteraciones del algoritmo BT en las que una solución permanece en la Lista Tabú;
4. $T_1 \leq 20$, el número de diversificaciones (diferentes ejecuciones del algoritmo PRINCIPAL);
5. $T_2 \leq 10$, el número de veces que los parámetros del diagrama de control S no satisface las restricciones de α y β ;
6. $T_3 \leq 10$, el número de iteraciones del algoritmo BT en donde no se han encontrado mejores soluciones.

Para un diagrama \bar{X} sólo $k_{\bar{X}}$ debe ser estimado (y para un diagrama S , sólo k_S). Sin embargo, para el diagrama de control conjunto $\bar{X} - S$, ambas variables deben ser estimadas considerando las restricciones asociadas a cada diagrama individual. Como se muestra en la Figura 2, el algoritmo de solución PRINCIPAL comienza con valores generados aleatoriamente para h , $k_{\bar{X}}$, y k_S , mientras que n es estimada mediante:

$$n = \left(C + \frac{k_{\bar{X}}}{\delta} \right)^2 \quad (1)$$

en donde C es un valor de una distribución normal estandarizada para un valor requerido de β o α [10,13].

El siguiente paso consiste en usar este conjunto inicial de valores para estimar los límites de control Superior (LSC) e Inferior (LIC), α y β para ambos diagramas para verificar si este conjunto representa una solución inicial válida (p.e., cumple con las restricciones estadísticas). Si α o β no cumple con dichas restricciones, el algoritmo procede a re-estimar sólo k_S (por T_2 iteraciones) o el conjunto completo hasta que se obtengan valores que conlleven a cumplir todas las restricciones. Cuando un conjunto válido se obtiene, una **Solución Inicial** es obtenida y evaluada en la función de costo Z , obteniendo un **Costo Inicial**, el cual se convierte en el **Costo Actual** del algoritmo. Con esta solución inicial, el algoritmo BT comienza el paso de búsqueda, diversificando esta solución en 16 nuevas soluciones que conforman el **Espacio de Búsqueda**. La diversificación es llevada a cabo mediante los movimientos mostrados en la Figura 1, en donde n_0 , h_0 , $k_{\bar{X}_0}$, y k_{S_0} son los elementos de la Solución Inicial. Para el caso de estudio con intervalos de muestreo variables, todos los j intervalos son dependientes de la longitud del primer intervalo h_1 como se define en $h_j = \rho h_{j-1}$ [6], por lo que sólo h_1 es estimado.

Movimientos

$$\begin{aligned}n_1 &= n_0 - \text{random_integer}(0,1) \\n_2 &= n_0 + \text{random_integer}(0,1) \\h_1 &= h_0 - \text{random}(0,0.5) \\h_2 &= h_0 + \text{random}(0,0.5) \\k_1 &= k_{\bar{X}0} - \text{random}(0,0.5) \\k_2 &= k_{\bar{X}0} + \text{random}(0,0.5) \\k_3 &= k_{S0} - \text{random}(0,0.5) \\k_4 &= k_{S0} + \text{random}(0,0.5)\end{aligned}$$

Figura 1. Movimientos de Diversificación.

Para todas las nuevas soluciones, los valores de los límites de control, α 's, y β 's, son estimados para verificar el cumplimiento de las restricciones estadísticas. Si una solución no satisface, entonces $Z = \text{Infinito}$, de lo contrario Z es calculado con los parámetros estimados. Ya que este es un problema de minimización, las soluciones son ordenadas basadas en su valor de costo Z en orden ascendente, por lo que el primer elemento es aquél con el mínimo costo de todas las nuevas soluciones, la **Mejor Solución**.

Para evitar ciclos en la búsqueda (re-visitar soluciones) y encontrar sólo óptimos locales, la **Mejor Solución** es mantenida en una **Lista Tabú** (LT) durante T_L iteraciones del algoritmo BT. Si en la siguiente iteración, la Mejor Solución se encuentra ya en LT, entonces la Mejor Solución sería la segunda (o tercera, o cuarta, etc.) mejor solución en el Espacio de Búsqueda ordenado. Esto permite al algoritmo BT el producir soluciones más diversas incluso si son estimadas a partir de soluciones no tan eficientes.

El **Costo Actual** es actualizado con el de la Mejor Solución, **Costo_MS**, y el algoritmo BT comienza de nuevo a producir 16 nuevas soluciones a partir de la Mejor Solución. Si no se obtiene una Mejor Solución/Costo_MS después de T_3 iteraciones del algoritmo BT, la Mejor Solución es guardada y el algoritmo PRINCIPAL es ejecutado nuevamente (por T_1 iteraciones) para generar nuevos valores iniciales para h , $k_{\bar{X}}$, y k_S . Si T_1 alcanza un límite establecido entonces el algoritmo PRINCIPAL se detiene, terminando el algoritmo BT.

3. Resultados

Primer Caso de Estudio: El algoritmo BT fue probado para resolver el modelo de costo de Rahim [7] para el DE de diagramas de control \bar{X} para el cual se utilizó el método de HJ. Este modelo consideró distribuciones de tiempos de falla *Exponencial* y *Gamma* con intervalos de muestreo fijos. Los datos utilizados para esta prueba fueron: $\mu=180$, $\sigma = \sqrt{10}$, $\delta=5$, $Z_0=0.25$, $Z_1=1$, $D_0=50$, $D_1=950$, $a = 20$, $b = 4.22$, $W = 1100$, $Y = 500$. Este modelo fue adaptado en [10] para considerar distribuciones de tiempo de falla general para el DEE de diagramas \bar{X} con restricciones: $\alpha_{\bar{X}} \leq 0.15$, $\beta_{\bar{X}} \leq 0.20$. Porque en [10] el modelo fue resuelto con GA, el algoritmo BT pudo ser comparado con dos métodos (HJ, GA), obteniendo los resultados mostrados en la Tabla 1. Para este caso, BT tuvo un desempeño muy similar al de HJ y GA, notando que el modelo de costos

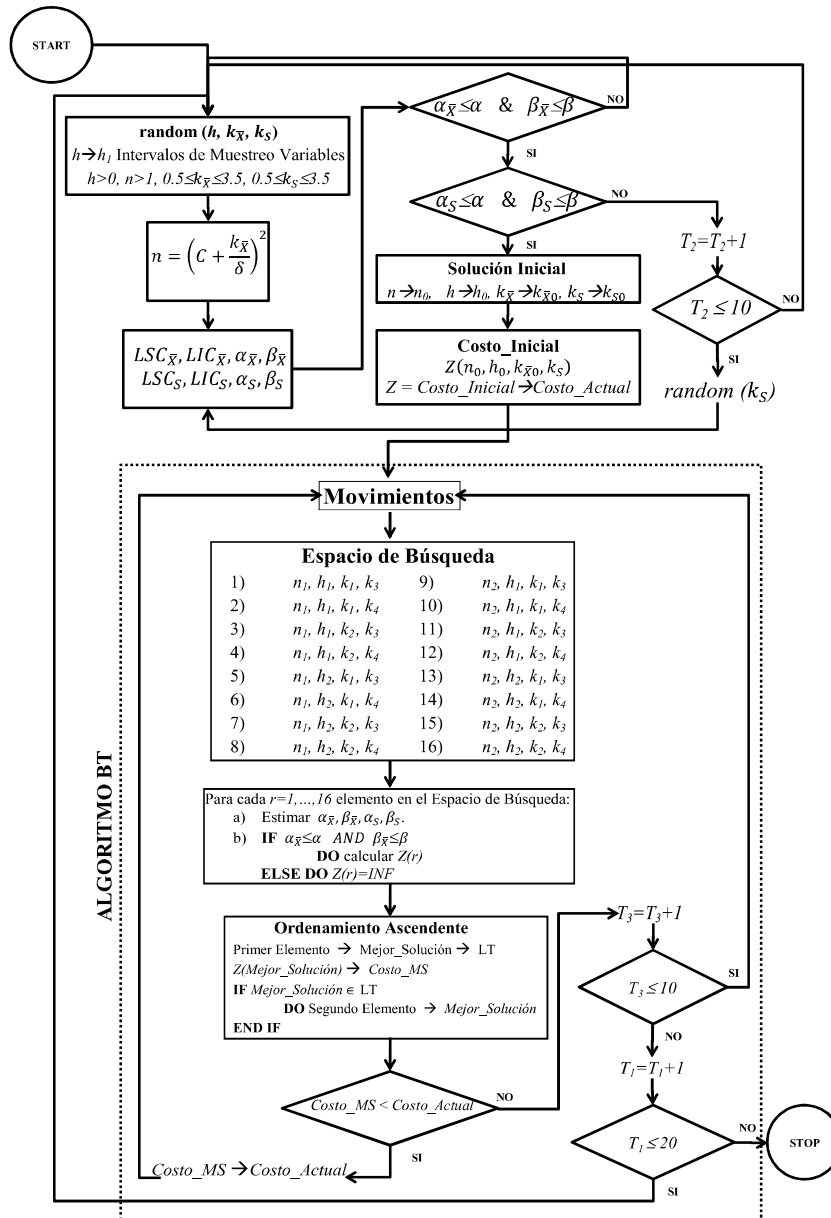


Figura 2. Algoritmo de Solución PRINCIPAL.

no es complejo y que BT tuvo una convergencia a una solución similar (valores de parámetros) similar al de las otras técnicas. Por lo tanto, como alternativa de método de solución, estos resultados dan un nivel de confianza acerca de la habilidad de búsqueda y convergencia de BT.

Otra prueba fue realizada para comparar con GA y distribución *Weibull* para los tiempos de falla e intervalos de muestreo fijos. Los resultados se presentan en

Tabla 1. Desempeño de BT en comparación con HJ y GA: Modelo de Costo de Rahim [7].

Distribución de Fallas	Parámetros	Técnicas	n	h	$k_{\bar{X}}$	$\alpha_{\bar{X}}$	$\beta_{\bar{X}}$	Z
Exponencial	$\lambda=0.2525$	HJ	22	1.380	1.380	0.167	0.168	471.63
		GA	24	1.390	1.440	0.150	0.156	471.96
		BT	23	1.400	1.480	0.140	0.178	472.11
	$\lambda=0.1129$	HJ	24	1.850	1.500	0.134	0.170	332.54
		GA	25	1.910	1.470	0.140	0.153	332.59
		BT	25	1.940	1.500	0.135	0.158	332.60
	$\lambda=0.0505$	HJ	26	2.630	1.570	0.115	0.165	233.28
		GA	27	2.750	1.540	0.125	0.144	233.38
		BT	26	2.550	1.590	0.111	0.170	233.31
Gamma	$Forma=2$ $Escala=0.05$	HJ	28	3.770	1.620	0.106	0.151	174.02
		GA	28	3.870	1.560	0.118	0.139	174.02
		BT	27	3.820	1.550	0.121	0.147	174.10
	$Forma=2$ $Escala=0.08$	HJ	27	3.020	1.580	0.113	0.155	210.43
		GA	28	3.130	1.560	0.119	0.139	210.39
		BT	27	2.940	1.610	0.107	0.162	210.48
	$Forma=2$ $Escala=0.10$	HJ	27	2.740	1.580	0.115	0.153	231.25
		GA	28	2.840	1.560	0.119	0.139	231.17
		BT	27	2.810	1.550	0.121	0.147	231.27

la Tabla 2. Para $Weibull(2, 0,05)$, con BT una reducción de 1.73 % fue lograda para Z , y del 40.3 % para $\alpha_{\bar{X}}$ sobre los resultados obtenidos con GA, aunque el valor de $\beta_{\bar{X}}$ se incrementó 26 %, $\beta_{\bar{X}} = 0.194$ cumple con $\beta_{\bar{X}} \leq 0.20$. Para $Weibull(2, 0,10)$ la reducción lograda fue de 2.1 % para Z , y del 30 % para $\alpha_{\bar{X}}$. Note que la función de costo aumenta su complejidad con la distribución $Weibull$, y que HJ no ha sido abordado para resolver dicho modelo de costo.

Tabla 2. Desempeño de BT en comparación con GA: Modelo de Costo de Rahim [7]-Ruvalcaba [10].

Distribución de Fallas	Parámetros	Técnicas	n	h	$k_{\bar{X}}$	$\alpha_{\bar{X}}$	$\beta_{\bar{X}}$	Z
Weibull	$Forma=2$ $Escala=0.05$	GA	25	1.430	1.480	0.139	0.154	274.90
		BT	27	1.400	1.740	0.083	0.194	270.14
	$Forma=2$ $Escala=0.10$	GA	25	1.130	1.480	0.140	0.133	339.44
		BT	25	1.100	1.650	0.098	0.199	332.29

Segundo Caso de Estudio: Para el DEE de diagramas de control \bar{X} con intervalos de muestreo variables [6,10], BT fue comparado de nuevo con GA con distribuciones $Weibull$ y $Gamma$. Los resultados son presentados en la Tabla 3. Para $Weibull(2, 0,05)$ con $m=7$ intervalos de muestreo, una reducción del 4.69 % para Z , 24.74 % para el tamaño de muestra, y 57 % para $\beta_{\bar{X}}$ fueron logrados. Reducciones similares fueron obtenidas para $Weibull(2, 0,1225)$. Para $Gamma(2, 0,08)$ la reducción de costo fue del 0.64 % y del 0.27 % para $Gamma(2, 0,25)$. Para $\beta_{\bar{X}}$ las reducciones fueron de 35 % y 0.7 % respectivamente, y para $\alpha_{\bar{X}}$, 3.7 % y 7.7 %.

Tercer Caso de Estudio: Para este caso, el DE y DEE de diagramas de control $\bar{X} - S$ fue considerado. Los costos usados fueron aquellos de Davis

Tabla 3. Desempeño de BT en comparación con GA: Modelo de Costo de Rahim [6]-Ruvalcaba [10].

Distribución de Fallas	Parámetros	Técnicas	m	n	h_i	$k_{\bar{x}}$	$\alpha_{\bar{x}}$	$\beta_{\bar{x}}$	Z
Weibull	$Forma=2$	GA	7	97	2.89	2.45	0.014	0.007	218.03
	$Escala=0.05$	BT	7	73	2.94	1.50	0.133	0.003	207.81
	$Forma=2$	GA	6	80	2.07	2.31	0.021	0.015	370.68
	$Escala=0.1225$	BT	6	62	2.07	1.45	0.148	0.006	359.56
Gamma	$Forma=2$	GA	4	26	6.94	1.50	0.134	0.146	207.34
	$Escala=0.08$	BT	4	32	8.01	1.51	0.129	0.095	206.01
	$Forma=2$	GA	5	27	4.32	1.52	0.129	0.140	352.22
	$Escalas=0.25$	BT	5	28	4.02	1.56	0.119	0.139	351.27

y Saniga [11] que usaron la función de Lorenzen y Vance [12]. El método de solución fue una técnica combinatoria (CB). Las características de este modelo fueron: distribución *Exponencial* con $\lambda=0.01$, intervalos de muestreo fijos, $\mu=0$, $\sigma=1$, $\mu_1=1.5$, $\sigma_1=2$, $E=0.01$, $T_0=0.1$, $T_1=0.1$, $T_2=0.5$, $C_0=0$, $C_1=100$, $Y=1$, $W=2$, $a=0.5$, $b=0.1$, $d_1=d_2=0$. Los resultados de esta prueba son presentados en la Tabla 4. Para el DEE las restricciones fueron $\alpha < 0.005$ y $\beta < 0.5$.

Tabla 4. Desempeño de BT en comparación con CB: Modelo de Costo de Lorenzen y Vance [12].

Modelo	Técnica	n	h	$k_{\bar{x}}$	k_s	$\alpha_{\bar{x}-s}$	Z
DE	CB	4	1.30	2.00	1.45	0.1386	1.62
	BT	3	1.31	1.24	1.24	0.2150	1.56
DEE	CB	7	1.30	3.00	1.85	0.0049	1.87
	BT	8	1.50	2.83	1.82	0.0046	1.83

Para el DEE una reducción del 2.1% en la función de costo y del 5.1% en $\alpha_{\bar{x}-s}$ fueron obtenidos. Para el caso del DE, en donde ninguna restricción estadística es considerada, una reducción del 3.7% en costo fue obtenida, aunque $\alpha_{\bar{x}-s}$ se incrementó en un 55%. Esto muestra la desventaja del DE cuando se minimizan costos sin considerar las probabilidades de error Tipo I y II.

En la Figura 3 se muestran las gráficas factoriales derivadas de los resultados mostrados en las Tablas 1, 2, 3, y 4. Los factores considerados son:

- Modelo de Costo: cuatro niveles, los cuales corresponden al modelo de Rahim [7] (nivel 1), Rahim [7]-Ruvalcaba [10] (nivel 2), Rahim [6]-Ruvalcaba [10] (nivel 3), y Lorenzen y Vance [12] (nivel 4).
- Distribución: tres niveles, los cuales corresponden a las distribuciones de probabilidad usadas para los tiempos entre falla, que son Exponencial (nivel 1), Gamma (nivel 2), y Weibull (nivel 3).
- Parámetros: tres niveles, los cuales consideran las diferentes configuraciones de parámetros para las distribuciones de probabilidad usadas. Por ejemplo, en la Tabla 1 se utilizaron tres configuraciones para la distribución Exponencial ($\lambda = 0.2525$, 0.1129 , y 0.0505). Esto se consideró un factor para evaluar el desempeño del algoritmo para diferentes tasas de fallas.

- Algoritmo: cuatro niveles, identificando cada uno los diferentes algoritmos de solución presentados en los casos de estudio, incluyendo el propuesto. Estos son HJ (nivel 1), GA (nivel 2), BT (nivel 3), y CB (nivel 4).

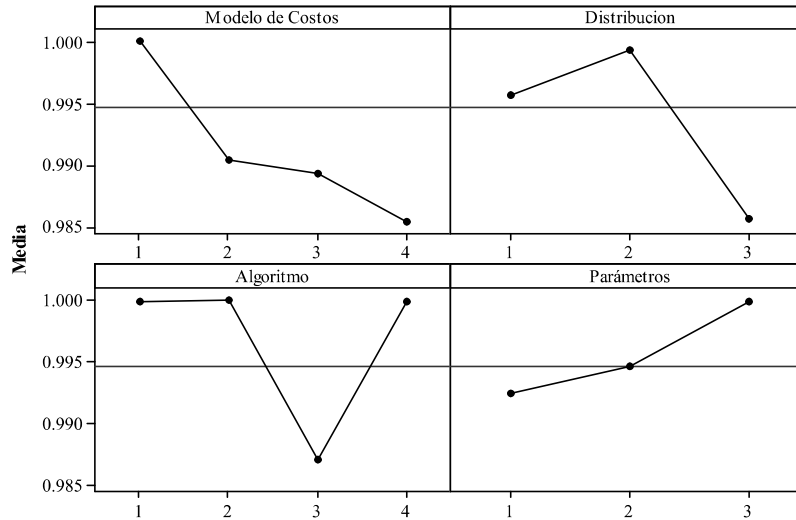


Figura 3. Gráfica de factores principales para Z.

Para la obtención de este análisis los resultados mostrados en las Tablas 1, 2, 3 y 4, se normalizaron a 1.000, tomando como referencia el valor obtenido en la literatura con mayor tiempo. En cuanto a la primer gráfica, correspondiente al **Modelo de Costos**, se observa una tendencia a la baja. Esto es debido a los diferentes costos y restricciones asociados a cada uno, los cuales son dependientes del caso de estudio y no de particular interés para nuestro análisis. Lo mismo sucede con la segunda y tercer gráfica, las cuales corresponden a **Distribución** y **Parámetros**. La cuarta gráfica, **Algoritmo**, es la de principal interés para este trabajo, ya que muestra la reducción promedio de Z considerando los algoritmos utilizados, encontrándose de manera intrínseca la influencia de los factores anteriores. Como se puede observar, es con el algoritmo propuesto de BT (nivel 3) que se obtiene la mayor reducción en Z de manera global.

4. Conclusiones y trabajo futuro

El método de solución propuesto, un algoritmo BT, obtuvo mejoras significativas para el DE y DEE de diagramas de control \bar{X} y $\bar{X}-S$ con diferentes modelos de funciones de costos y distribuciones de probabilidad cuando fue comparado con otros métodos como GA o CB. Aunque para un caso de estudio resuelto con HJ, con intervalos de muestreo fijos y distribución *Exponencial* y *Gamma*, no se obtuvieron beneficios significativos, si se obtuvo una convergencia similar y

por lo tanto se puede considerar BT como un método alternativo de solución. De manera global, como se mostró en la Figura 3, BT si obtuvo beneficios significativos sobre la minimización de las diferentes funciones de costos y distribuciones de probabilidad.

Este trabajo puede ser extendido en los siguientes puntos:

- incorporación de movimientos alternativos para diversificación;
- integración de BT con otro algoritmo (p.e., diseño de un algoritmo híbrido GA-BT);
- realización de pruebas con otros modelos de funciones de costos;
- estudiar la precisión de BT para el DE y DEE de otros diagramas de control (p.e., R , p , np , $EWMA$, etc.);
- consideración de modelos con causas asignables múltiples.

Referencias

1. Collani, V., Sheil, J.: An approach to controlling process variability. *J. Quality Technology* 21, 87–96 (1989)
2. Duncan, A.J.: *Quality Control and Industrial Statistics*. Irwin, Homewood, IL (1986)
3. Hook, R., Jeeves, T.A.: Direct search solution of numerical and statistical problems. *J. ACM* (1961)
4. Kethley, R.B., Peters, M.H.: Extending economic design of p charts to handle user specified constraints using a genetic algorithm. *IIE Transactions* 36, 855–864 (2004)
5. Rahim, A.: A Tabu Search Algorithm for Determining the Economic Design Parameters of an Integrated Production Planning, Quality Control and Preventive Maintenance Policy. In: *Proc. of the 2010 International Conference on Industrial Engineering and Operations Management* (2010)
6. Rahim, M.A.: A generalized model for the economic design of \bar{X} -control charts for production systems with increasing failure rate and early replacement. *Naval Research Logistics* 40, 787–808 (1993)
7. Rahim, M.A., Banerjee, P.K.: The economic design of control chart: A renewal theory approach. *Engineering Optimization* 12, 63–73 (1987)
8. Raza, S., Akgunduz, A., Chen, M.: A tabu search algorithm for solving economic lot scheduling problem. *Journal of Heuristics* 12(6), 413–426 (2006)
9. Reeves, C.R.: *Modern Heuristic Techniques for Combinational Problems*. John Wiley & Sons, Inc. (1993)
10. Ruvalcaba, R.A.: *Economic Design of Quality Control Charts*. MSc. Thesis, University of the Americas Puebla, Mexico (in Spanish) (2004)
11. Saniga, E., Davis, D.J.: Economic-statistical design of \bar{X} and R or \bar{X} and S charts. *J. Quality Technology* 33, 234–241 (2001)
12. Vance, L.C., Lorenzen, T.J.: The economic design of control charts: A unified approach. *Technometrics* 28, 3–11 (1986)
13. Wetherill, G.B., Chiu, W.K.: A simplified scheme for the economic design of \bar{X} charts. *J. Quality Technology* pp. 63–69 (1974)
14. Yang, S.-F.: Economic statistical design of S control charts using taguchi loss function. *Int. J. Quality and Reliability Management* 15, 259–272 (1998)
15. Yu, F.-J., Tsou, C.-S., Huang, K.-I., Wu, Z.: An economic-statistical design of \bar{X} control charts with multiple assignable causes. *J. Quality* 17, 327–338 (2010)